Versuchsausarbeitung

Versuch 1.6 Franck-Hertz Versuch

Bastian Löher und Antje Weber

Juni 2008

Betreuer: Dr. Rainer Spehr

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung		
		Der Franck-Hertz Versuch	
	1.2	Bestimmung des Dampfdrucks von Hg	3
	1.3	Bestimmung der freien Weglängen	4
2	Aus	wertung	5
	2.1	Beschleunigungsspannung des Gerätes	5
	2.2	Die Franck-Hertz-Kurve am Oszilloskop	5
	2.3	Die Franck-Hertz-Kurve am X-Y-Schreiber	6
	2.4	Energieverlust und Energieverbreiterung	8
	2.5	Verschwinden des ersten Minimums	8
	2.6	Zusatzfragen	8

1 Einführung

1.1 Der Franck-Hertz Versuch

Mit Hilfe des Franck-Hertz Versuches können diskrete Energieniveaus in Atomhüllen nachgewiesen werden.

Dazu werden Elektronen in einem Kolben, der mit einem bestimmten Gas (in unserem Fall Quecksilber) gefüllt ist, durch eine Anoden-Kathoden Konstruktion beschleunigt. Je nach Beschleunigungsspannung und nach Heizenergie, wird den Elektronen unterschiedliche kinetische Energie mitgegeben. Sie führen nun Stöße mit den Hg-Atomen aus, wobei Energie an die Hg-Atome abgegeben wird. Hinter dem Anodengitter werden die Elektronen mit einer Gegenspannung abgebremmst, so dass die Elektronen, die eine höhere Energie besitzen als Strom detektiert werden können.

Trägt man nun die Beschleunigungsspannung gegen diesen Elektronen-Strom auf, so erhält man eine typische Franck-Hertz-Kurve. Es sind deutlich Maxima und Minima zu erkennen, die bei konstanten Abständen (etwa $\Delta U=4.9~\rm V$) liegen. Daraus lässt sich schließen, dass die Elektronen bei den elastischen Stößen mit den Hg-Atomen nur Energien bestimmter Größe abgeben können. Das heißt, die Quecksilberatome nehmen nur diskrete Energien auf, was auf die Energiequantelung der Atomhüllen zurück zu führen ist.

1.2 Bestimmung des Dampfdrucks von Hg

Der Dampfdruck von Quecksilber bei unterschiedlichen Temperaturen kann durch Integration der CLAUSIUS-CLAPEYRON-Gleichung berechnet werden. Dabei wird für die Verdampfungswärme ein linearer Ansatz verwendet.

Die CLAUSIUS-CLAPEYRON-Gleichung lautet in ihrer differentiellen Form:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{Q(T)}{T\left(V_d - V_f\right)} \tag{1}$$

Dabei sind V_d und V_f das Volumen des Quecksilbers als Dampf und Flüssigkeit. Das Volumen im flüssigen Zustand kann allerdings gegenüber dem Volumen in der Dampfphase vernachlässigt werden. Für die Verdampfungswärme Q(T) setzen wir an: $Q(T) \approx Q_0 + (c_p - \gamma) T$. Mit der idealen Gasgleichung eliminieren wir das verbleibende Volumen mit $V_d = \frac{nRT}{p}$ wobei n=1 ist. Daraus ergibt sich folge Form:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{Q_0 + (c_p - \gamma)T}{RT^2}p\tag{2}$$

Mit Trennung der Variablen kann diese Gleichung integriert werden:

$$\int_{T_0}^T \frac{dT}{T} \frac{(c_p - \gamma)}{R} + \int_{T_0}^T \frac{Q_0}{R T^2} dT = \int_{p_0} p \frac{dp}{p}$$
 (3)

Das ergibt dann:

$$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = \frac{c_p - \gamma}{R} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \frac{Q_0}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right) \tag{4}$$

Auflösen nach dem Dampfdruck ergibt die folgende Gleichung:

$$p(T) = p_0 e^{\frac{Q_0}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{c_p - \gamma}{R}}$$

$$\tag{5}$$

Hiermit bestimmen wir nun den Dampfdruck von Quecksilber für vier verschiedene Temperaturen. Außerdem berechnen wir die freien Weglängen von Elektronen λ_{e^-} und Quecksilberatomen $\lambda_{\rm Hg}$. Wir verwenden zur Berechnung folgende Werte:

$$\begin{array}{c|c} Q_0 & 63.575 \ \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \\ p_0 & 0.16 \ \text{Pa} \\ T_0 & 293.15 \ K \\ c_p - \gamma & -6.9 \frac{J}{\text{mol} \ K} \\ R & 8.3144 \frac{J}{\text{mol} \ K} \end{array}$$

wobei T_0^{-1} die Siedetemperatur von Quecksilber ist. Die Werte für die Verdampfungswärme Q_0 und den Sättigungsdampfdruck p_0 haben wir der Literatur 2 entnommen. Der Wert für $c_p-\gamma$ stammt aus dem Anleitungsblatt und R ist die Gaskonstante für ein ideales Gas. Die berechneten Werte sind in Tabelle 1 zusammengefasst.

1.3 Bestimmung der freien Weglängen

Die freie Weglänge brauchen wir später zur Berechnung des totalen Energieverlustes dW. Sie bestimmt sich für Elektronen aus dem Wirkungsquerschnitt $\sigma=\pi\,r_{\rm Hg}^2$ mit dem Radius der Quecksilberatome $r_{\rm Hg}=1.55\cdot 10^{-10}m$. Den Radius der Elektronen können wir vernachlässigen, weil dieser gegenüber dem Atomradius verschwindend klein ist. Die freie Weglänge ist nun

$$\lambda_{e^{-}} = \frac{1}{\sigma n} \tag{6}$$

wobei aus der idealen Gasgleichung $n=\frac{k_B\,T}{R}$ ist. Damit erhalten wir die folgende Form für die freie Weglänge von Elektronen:

$$\lambda_{e^-} = \frac{k_B T}{p \pi r_{\mathsf{Hg}}^2} \tag{7}$$

Die freie Weglänge für die Quecksilberatome wird ein wenig anders berechnet. Dabei wird davon ausgegangen, dass beim Stoß nicht meist nicht mehr als zwei Teilchen gleichzeitig beteiligt sind, und deshalb der Radius doppelt so groß ist. Ein weiterer Korrekturfaktor von $2^{-\frac{1}{2}}$ berücksichtigt die Annahme, dass die Gasatome mit der gleichen Geschwindigkeit aufeinandertreffen. Es ergibt sich also für die freie Weglänge der Quecksilberatome:

¹Wikipedia, http://de.wikipedia.org/wiki/Quecksilber, Juli 2008

²Tabelle 5.11, Gerthsen Physik, 23. Auflage, Springer Verlag, 2005

$$\lambda_{\mathsf{Hg}} = \frac{k_B T}{4\sqrt{2} \, p \, \pi \, r_{\mathsf{Hg}}^2} \tag{8}$$

Die für die verschiedenen Temperaturen berechneten Werte sind auch der Tabelle 1 zu entnehmen.

Temperatur [°C]	Dampfdruck [Pa]	λ_{e^-}	[m]	λ_{Hg}	[m]
20	0.16	3.35	10^{-1}	5.9	10^{-2}
133	172	4.29	10^{-4}	7.59	10^{-5}
200	2193	3.95	10^{-5}	6.98	10^{-6}
204	2494	3.50	10^{-5}	6.19	10^{-6}

Tabelle 1 – Werte für den Dampfdruck bei verschiedenen Temperaturen, sowie die freien Weglängen.

2 Auswertung

2.1 Beschleunigungsspannung des Gerätes

Den Verlauf der Beschleunigungsspannung und der Spannung für die Horizontalablenkung kann am Oszilloskop betrachtet werden. In Abb. 1 sind die beiden Spannungen übereinander dargestellt. Man sieht hier sehr deutlich, dass der Verlauf in 4 Segmente eingeteilt werden kann, wovon nur der erste Teil proportional verläuft. Außerdem sieht man, dass die Beschleunigungsspannung eine Frequenz von 100 Hz aufweist, während die Horizontalablenkung nur eine Frequenz von 50 Hz besitzt. Die Horizontalspannung wird aus der Wechselspannung des Stromnetzes durch einen Einweg-Gleichrichter mit einer einzelnen Diode erzeugt. Dadurch wird die negative Schwingung der Wechselspannung unterdrückt. Die Beschleunigungsspannung wird auch aus der Wechselspannung erzeugt, allerdings durch eine Graetzschaltung (Brückengleichrichter) geformt, so dass auch die negative Halbschwingung der Wechselspannung genutzt werden kann. Ein zusätzlicher Schalter schaltet die Spannung auf 0, wenn das Maximum erreicht ist und schaltet die Spannung wieder ein, wenn die Halbschwingung vorüber ist.

Werden die beiden Spannungen am Oszilloskop im X-Y-Modus betrachtet, so sieht man die verschiedenen Abschnitte des Spannungsverlaufs noch deutlicher. In Abb. 2 sind die Abschnitte durchnummeriert. Der 4. Abschnitt ist auf dem Oszilloskop besonders hell (hier dunkel), weil der Strahl für eine Viertelschwingung genau an diesem Punkt verharrt.

2.2 Die Franck-Hertz-Kurve am Oszilloskop

Nachdem wir den Aufbau neu verkabelt haben, konnten wir auf dem Oszilloskop die Franck-Hertz-Kurve bei etwa 135°C darstellen (vgl. Abb. 3). Mit Hilfe eines Grafikprogramms konnten wir die Peaks ausmessen. Die Eichung des Fotos haben wir durch Mittelung über 4 mal 4 Zentimeter erreicht. Ein Zentimeter entspricht somit 243 Bildpunkten. Mit Hilfe der Geraden aus der Auftragung der Beschleunigungsspannung über die Ablenkspannung konnten wir

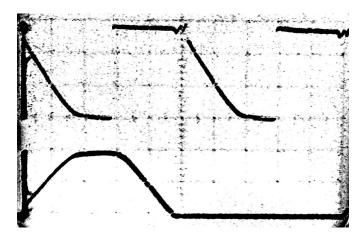


Abbildung 1 – Oben: Beschleunigungsspannung (Bereich: 1 V bis -4.3 V, Frequenz: 100 Hz), unten: Ablenkspannung (Bereich: 0 V bis 4 V, Frequenz: 50 Hz)

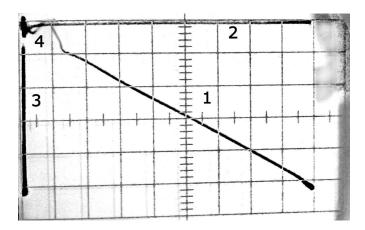


Abbildung 2 – Beide Spannungen im X-Y-Modus. Zu erkennen ist, dass der Verlauf nur in einem Abschnitt (1) linear ist.

bestimmen, dass bei dieser Messung das Oszilloskop auf etwa 2 V/cm eingestellt war. Mit dieser Eichung haben wir die Abstände der Peaks zu 4.72 V zwischen den ersten beiden Peaks und 4.92 V zwischen dem zweiten und dritten Peak bestimmt. Die schlechte Auflösung des Oszilloskops und die etwas grobe Eichung beschert uns einen Fehler von mindestens 0.2 V, so dass dennoch der erwartete Wert von 4.9 V im Fehlerbereich beider Messungen liegt.

2.3 Die Franck-Hertz-Kurve am X-Y-Schreiber

Mit Hilfe des X-Y-Schreibers lässt sich die Franck-Hertz-Kurve auch mit größerer Genauigkeit auf einem Blatt Papier aufzeichnen. Dazu wird das Gerät auf Gleichspannungsbetrieb umgestellt, weil die Spannung von Hand sehr langsam hochgeregelt werden muss. Der X-Y-Schreiber reagiert sehr empfindlich, werden die Eingänge jedoch zu schnell variiert, wird der Plot fehlerhaft.

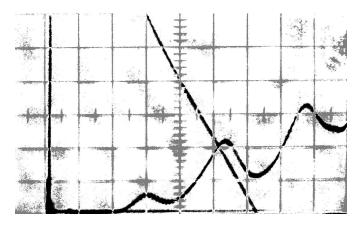


Abbildung 3 – Franck-Hertz Kurve auf dem Oszilloskop. Die ersten drei Maxima sind zu erkennen.

Wir haben die Kurve jeweils zwei mal bei zwei verschiedenen Temperaturen aufgenommen, und verwenden in dieser Auswertung die Kurven von Bastian (1b, 2b). Die niedrigere Temperatur ist 133°C und die höhere Temperatur 204°C.

Die Eichung der ersten Kurve erhalten wir aus den drei Markierungen für 0 V, 5 V und 10 V. Es ergibt sich ein Skalierungsfaktor von 0.495 V/cm. Mit einem Ablesefehler von 0.1 cm ergibt sich eine Ungenauigkeit der Werte von 0.05 V. Aus der ersten Kurve erhalten wir deshalb folgende Daten:

$Maximum \; (von \to bis)$	Abstand [cm]	Abstand [V]	Fehler [V]
1 o 2	9.8	4.85	0.05

Die zweite Messung geschah bei der höheren Temperatur von 204° C, der Skalierungsfaktor ist hier 1.931~V/cm. Der Ablesefehler bei dieser Messung beträgt etwa 0.19~V. Wir erhalten aus der zweiten Kurve deshalb folgende Daten:

$Maximum \; (von \to bis)$	Abstand [cm]	Abstand [V]	Fehler [V]
$1 \rightarrow 2$	2.3	4.40	0.19
$2 \rightarrow 3$	2.5	4.83	0.19
3 → 4	2.6	5.02	0.19
4 → 5	2.5	4.83	0.19
$5 \rightarrow 6$	2.6	5.02	0.19
6 → 7	2.5	4.83	0.19
7 → 8	2.6	5.02	0.19

Wir sehen, dass der Abstand bei der ersten Messung 4.85 V beträgt, was etwa der ersten Anregungsenergie entspricht. Bei der zweiten Messung ergibt sich aus dem Mittelwert der Messungen ein Wert von 4.85 V und aus der Standardabweichung der Werte vom Mittelwert ein Fehler von 0.47 V. Auch hierbei liegen die Ergebnisse sehr gut am Literaturwert.

2.4 Energieverlust und Energieverbreiterung

Der Energieverlust und die Energieverbreiterung sind gegeben durch die Formel

$$dW = 2N < eU > \frac{m}{M} \pm 2\sqrt{N < eU > k_B T \frac{m}{M}}$$
 (9)

Hierbei gibt der erste Term den Energieverlust und der zweite die Energieverbreiterung an. Der Energieverlust für die beiden Temperaturen $T_1=113^\circ C$ und $T_2=204^\circ C$ lassen sich leicht berechnen indem man in den ersten Term der Gleichung (9) die Zahl der Stöße $N=\frac{L}{\lambda}\cdot\sqrt{\frac{2M}{m}}$ einsetzt und folgende gegebenen Größen verwendet:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \frac{M}{m} & 4 \cdot 10^5 \\ L & 0.01 \text{ m} \\ < \text{eU} > & 2.5 \text{ eV} \end{array}$$

Die freien Weglängen für die passenden Temperaturen wurden bereits weiter oben bestimmt und können auch einfach eingesetzt werden. Für den Energieverlust ergibt sich also:

$$egin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline dW_1 & 0.26 & {
m eV} \\ \hline dW_2 & 3.19 & {
m eV} \\ \hline \end{array}$$

Die Energieverbreiterung berechnen wir mit dem zweiten Term von Formel (9) und erhalten damit:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \Delta dW_1 & \text{0.14 eV} \\ \hline \Delta dW_2 & \text{0.51 eV} \\ \hline \end{array}$$

Deutlich zu sehen ist, dass der Energieverlust mit steigender Temperatur zunimmt. Das ist die Folge der vielen Elektronenstöße bei den hohen Drücken.

2.5 Verschwinden des ersten Minimums

Wie ließen den Ofen langsam abkühlen, dabei beobachteten wir wie das erste Minimum immer kleiner wurde. Als es mit dem zweiten Maximum zu einem Wendepunkt mit der Steigung 0 verschmolzen war, lasen wir eine Temperatur von $T=67^{\circ}C$ ab. Für diese Temperatur erhalten wir mit der Formel für die freie Weglänge $\lambda_{e^-}(67^{\circ}C)=0.01\,m$. Dies entspricht genau der Wegstrecke L zwischen Anode und Kathode, was bedeutet dass die Elektronen bei dieser Temperatur keine Stöße mit den Quecksilberatomen durchführen. Somit ist also auch kein Maximum in der Franck-Hertz-Kurve mehr zu sehen.

2.6 Zusatzfragen

Es war weiterhin nach der Mindestfeldstärke, die benötigt wird um ein Elektron auf die nötige Energie für einen inelastischen Stoß zu beschleunigen, gefragt. Die Anregungsenergie von 4.9 eV muss erreicht werden. Die Elektronen nehmen im Feld die Energie $e \cdot E$ über die Länge L auf. Diese Energie wird durch elastische Stöße im Mittel um den Betrag $2 \, N \langle eU \rangle \frac{m}{M}$ verringert. Insgesamt ergibt sich somit für die Anregungsenergie:

$$W = eE L - 2N\langle eU \rangle \frac{m}{M} \tag{10}$$

Aufgelöst nach der Feldstärke erhalten wir:

$$E = \frac{W + 2N\langle eU\rangle \frac{m}{M}}{eL} \tag{11}$$

Für die Temperatur $T_1=133^\circ C$ erhalten wir eine Mindestfeldstärke von $E(133^\circ C)=516\frac{V}{m}$ und für die andere Temperatur $T_2=204^\circ C$ eine Mindestfeldstärke von $E(204^\circ C)=809\frac{V}{m}$.

Zusätzlich sollten wir untersuchen, ab welcher Temperatur die Energieunschärfe so groß ist wie die Anregungsenergie. Die Anregungsenergie beträgt 4.9 eV. Also muss die volle Energieunschärfe (also zweimal die obige Hälfte) genau diesen Wert erreichen.

$$4.9eV = 2 \cdot 2\sqrt{N \cdot \langle eU \rangle k_B T \frac{m}{M}} \tag{12}$$

wobei die Anzahl der Stöße indirekt auch von der Temperatur abhängt. Das Auflösen dieser Gleichung nach der Temperatur ist also nicht einfach. N wird zu:

$$N = \frac{L}{\lambda_{e^{-}}} \sqrt{\frac{2M}{m}} = \frac{L \cdot \pi R_{\text{Hg}}^{2} p}{k_{B}T} \sqrt{\frac{2M}{m}} = \frac{L \cdot \pi R_{\text{Hg}}^{2} p_{0} \left(\frac{T}{T_{0}}\right)^{\frac{c_{p} - \gamma}{R}} e^{\frac{Q_{0}}{R} \left(\frac{1}{T_{0}} - \frac{1}{T}\right)} \sqrt{\frac{2M}{m}}}{k_{B}T}$$
(13)

Damit erhalten wir für die aufzulösende Gleichung:

$$4.9eV = 4\sqrt{L \cdot \pi R_{\text{Hg}}^2 p_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{c_p - \gamma}{R}}} e^{\frac{Q_0}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)} \sqrt{\frac{2m}{M}} < eU >$$
 (14)

Mit Hilfe des Computers können wir diese Gleichung nach der Temperatur T auflösen, müssen aber darauf achten, dass die Einheiten stimmig sind, sonst erhalten wir falsche Ergebnisse. Es ergibt sich, dass die Energieverbreiterung bei einer Temperatur von 602K, das bedeutet etwa 329°C, so groß wird, dass keine Franck-Hertz-Kurve mehr zu sehen ist. Diese Temperatur haben wir im Versuch aber nie erreicht.